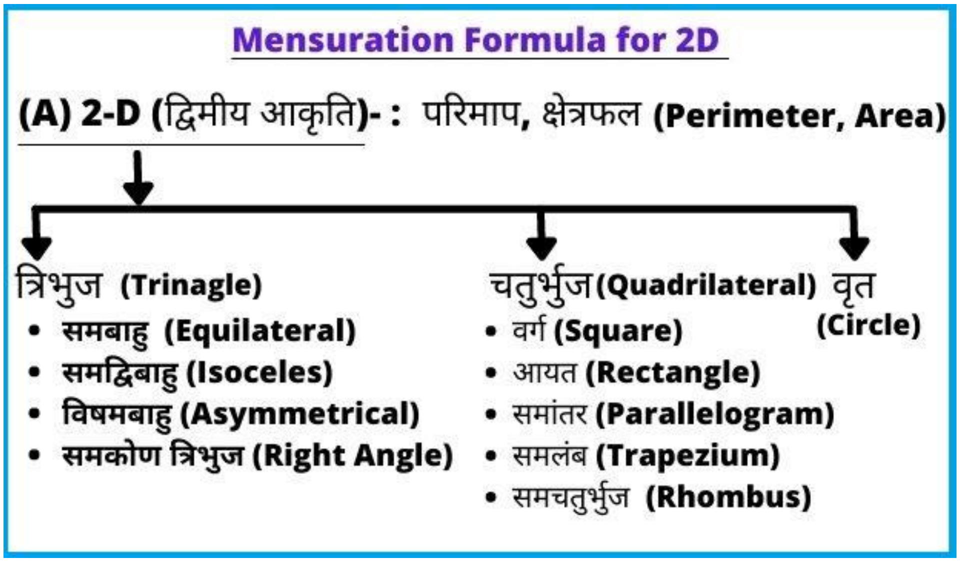
मेंसुरेशन/क्षेत्रमिति सूत्र दो आयामी आकृतियों के लिए (Mensuration formula for two dimensional shapes in Hindi)



A. त्रिभुज आकृति (Triangle Shape)

Career Khojo

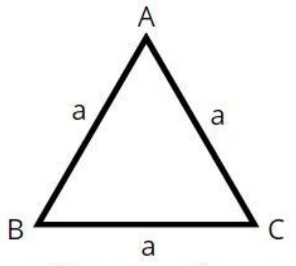
तीन भुजावों से घिरी हुई बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं. एक त्रिभुज में तीन भुजाएं, तीन कोण तथा तीन शीर्ष होते है. त्रिभुज के तीनो आंतरिक कोणों का योग 180° डिग्री होता है.

1. समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle)

एक समबाहु त्रिभुज की तीनो भुजाएं सामान होती है अर्थात तीनों भुजावों का परिमाण बराबर होती है. साथ ही समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण का मान 60° अंश होता है.

समबाहु त्रिभुज का परिमाप (Perimeter of Equilateral tringle)= (भुजा + भुजा + भुजा) = 3 × भुजा

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल(Area of Equilateral Triangle):-



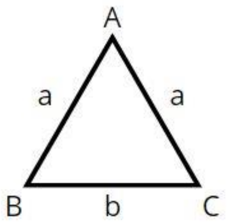
समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

2. समद्विबाहु त्रिभुज (Isoceles tringle):-

एक समद्विबाहु (Isoceles) त्रिभुज में कोई दो भुजाये तथा सम्मुख कोण आपस में बराबर होते है. अगर एक समद्विबाहु त्रिभुज की भुजाएं **a, a, b** है तब,

समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप (Perimeter of Isoceles tringle) = (2a + b)

समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल(Area of Isoceles Triangle):-



समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 - \frac{b^2}{4})}$

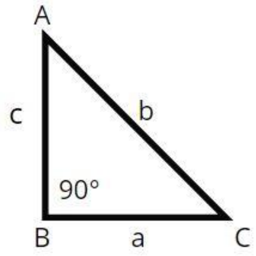
3. समकोण त्रिभुज (Right Angle Triangle) :-

एक समकोण त्रिभुज में एक कोण 90° अंश का होता है बाकि के दो कोण न्यून कोण होते हैं.

Career Khojo

समकोण त्रिभुज का परिमाप (Perimeter of Right Angle tringle) = (a + b + c)

समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल(Area of Right Angle Triangle):-



समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊंचाई

नोट:- समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल = ½ × a^2

4. विषमबाहु त्रिभुज (Asymmetrical Triangle):-

ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनो भुजाएं तथा तीनो कोण विषम हो अथवा अलग-अलग हो, विषमबाहु त्रिभुज कहलाता है.

विषमबाहु त्रिभुज का परिमाप (Perimeter of Asymmetrical tringle) = (a + b + c)

विषमबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल(Area of Asymmetrical Triangle)

$$= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊंचाई}$$

$$\text{विषमबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

जहाँ, $s = \frac{a+b+c}{2}$

B. चतुर्भुज आकृति (Quadrilateral Shape)

चतुर्भुज किसे कहते हैं:- चतुर्भुज चार भुजावों से घिरा हुआ एक बंद आकृति है. एक चतुर्भुज में चार भुजायें तथा चार शीर्ष होते है. साथ ही चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योग 360° होता है.

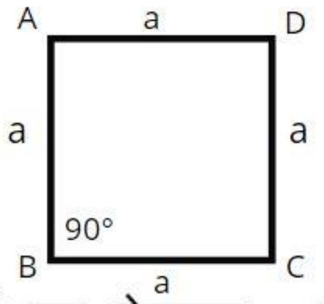
1. वर्ग (Square):-

(Square) वर्ग एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें की चारों भुजायें सामान होती है अर्थात चारों भुजावों की लम्बाई बराबर होती है. साथ ही वर्ग में प्रत्येक शीर्ष कोण 90° होता है.

Career Khojo

वर्ग का परिमाप (Perimeter of Square) = 4 × भुजा

वर्ग का क्षेत्रफल (Area of Square):-



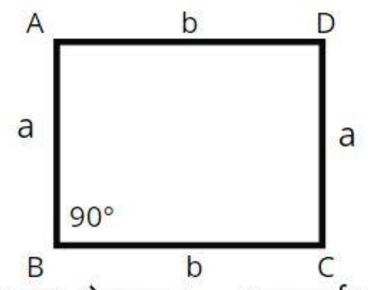
$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \text{भुजा}^2$$

2. आयत (Rectangle):-

(Rectangle) आयत एक समांतर चतुर्भुज है जिसमे की आमने सामने की भुजाये बराबर (समांतर) होती है. साथ ही आयत की प्रत्येक शीर्ष कोण 90° होता है.

आयत का परिमाप (Perimeter of Rectangle) = 2 × (लम्बाई +चौडाई)

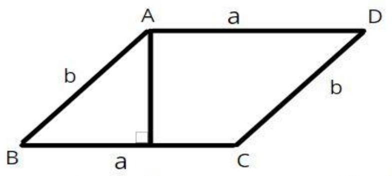
आयत का क्षेत्रफल (Area of Rectangle):-



आयत का क्षेत्रफल = (लम्बाई×चौड़ाई)

3. समांतर चतुर्भुज (Parallelogram):-

समांतर चतुर्भुज की आमने सामने की भुजायें बराबर व समानांतर होती है.



समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई

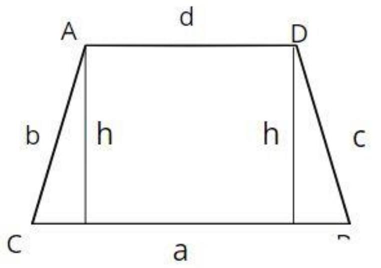
Career Khojo

3. समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium):-

(Trapezium) समलम्ब चतुर्भुज चार भुजावों वाली एक द्विविमीय आकृति है जिसमे की कोई दो आमने सामने (सम्मुख) भुजावों का युग्म समांतर व असमान होती है.

समलम्ब चतुर्भुज का परिमाप (Perimeter of Trapezium) = भुजावों का योग (a+b+c+d)

समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल (Area of Trapezium):-



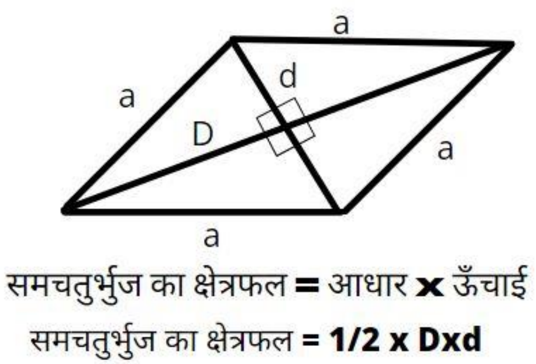
समलम्ब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x(समांतर भुजावों का योग)x(ऊँचाई)

4. समचतुर्भुज (Rhombus):-

यह एक समान्तर चतुर्भुज होता है जिसमे की चारों भुजाएं आपस में बराबर होती है तथा विकर्ण एक दुसरे को 90° कोण पर समद्विभाजित करते है.

समचतुर्भुज का परिमाप (Perimeter of Rhombus) = **भुजावों का योग (4 x भुजा)**

समचतुर्भुज चतुर्भुज का क्षेत्रफल (Area of Rhombus):-



दिए गए चित्र में विकर्ण D तथा d है.

Career Khojo

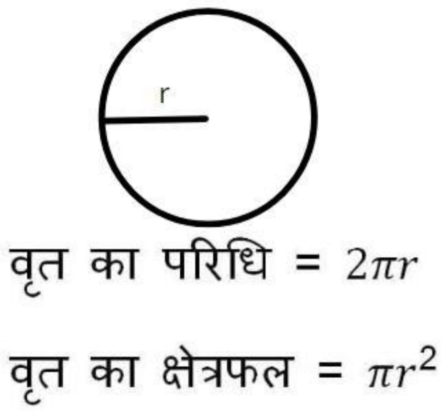
C. वृत आकृति (Circular Shape)

1. वृत (Circle):-

किसी भी निश्चित बिंदु से सामान दूरी पर स्थित बिन्दुवों का बिन्दुपथ या (locus) वृत कहलाता है. निश्चित बिंदु वृत का केंद्र कहलाता है.

वृत का परिधि (Circumference of Circle) = $2\pi r$

वृत का क्षेत्रफल (Area of Circle):-



2. अर्द्धवृत (Semi-Circle):-

अर्द्धवृत का कुल परिधि (Circumference of Circle) = ($\pi r + 2r$)

अर्द्धवृत का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\pi R^2$

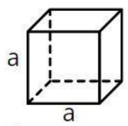
मेंसुरेशन/क्षेत्रमिति सूत्र त्रि-आयामी आकृतियों के लिए (Mensuration formula for three dimensional shapes in Hindi)

1. घन (Cube):-

घन एक त्रिविमीय ज्यामिति आकृति है जिसमे की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई बराबर होती है. साथ ही एक घन में 12 किनारे, छः फलक व आठ कोर्नर (कोने) होते है.

घन का क्षेत्रफल व आयतन (Area and Volume of cube):-

Cube



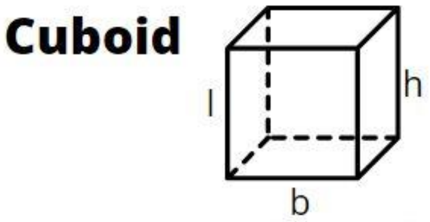
- घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $6a^2$
- घन के पार्श्व पृष्ठ क्षेत्रफल = $4a^2$
- घन का विकर्ण = $\sqrt{(a^2 + a^2 + a^2)} = \sqrt{3}a$
- घन का आयतन = $a \times a \times a = a^3$

er Khojo

2. घनाभ (Cuboids):-

घनाभ एक त्रिविमीय ज्यामिति आकृति है जिसमे छः फलक होते है जो की आयताकार होते है.

घनाभ का क्षेत्रफल व आयतन(Area and Volume of cuboid):- माना की घनाभ की लम्बाई l, चौड़ाई b तथा ऊँचाई h है.



- घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = 2(lb+bh+hl)
- घनाभ के पार्श्व पृष्ठ क्षेत्रफल = 2h(l+b)
- घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{(l^2 + b^2 + h^2)}$
- घनाभ का आयतन = $l \times b \times h$

3. बेलन (Cylinder):-

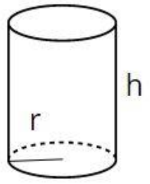
अगर किसी आयत की एक भुजा को स्थिर रखकर दुसरे विपरीत भुजा को चारों तरफ (360°) तक घुमाने पर जो काल्पनिक आकृति बनती है उसे बेलन कहते है.

माना की एक बेलन है जिसकी त्रिज्या "r" है तथा ऊँचाई "h".

Career Khojo

बेलन का क्षेत्रफल व आयतन (Area and Volume of cylinder)

घुमावदार (वक्रपृष्ठ) सतह का क्षेत्रफल = $2\pi rh$, सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$



बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

खोखला बेलन (Hollow Cylinder):-

माना कि एक खोखला बेलन है जिसकी बाह्य त्रिज्या "R" तथा आतंरिक त्रिज्या "r" है. बेलन की ऊँचाई "h" है.

खोखला बेलन का क्षेत्रफल व आयतन(Area and Volume of Hollow cylinder)

- **घुमावदार (वक्रपृष्ठ) सतह का क्षेत्रफल = बाह्य पृष्ठ + आतंरिक पृष्ठ = $2\pi Rh + 2\pi rh$**
- **सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi(R+r)(h+R-r)$**
- **खोखले बेलन का आयतन = बाह्य आयतन - आंतरिक आयतन**

- खोखले बेलन का आयतन = $\pi(R^2 - \pi r^2)h$

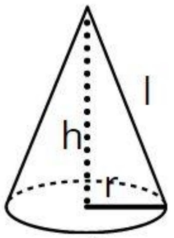
4. शंकु (Cone):-

एक समकोण त्रिभुज को अपनी ऊर्ध्वाधर रेखा के परितः घुमाकर बनाई गई आकृति एक शंकु है।

शंकु का क्षेत्रफल व आयतन(Area and Volume of Cone)

मानाकि की शंकु की आधार त्रिज्या = r
ऊँचाई (height) =h
तिर्यक ऊँचाई (slant height) = l

शंकु का क्षेत्रफल व आयतन :-



शंकु का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल = πrl

शंकु का सम्पूर्ण क्षेत्रफल = $\pi r(l + r)$

शंकु का तिर्यक ऊँचाई (l) = $\sqrt{(l^2 + h^2)}$

शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

er Khojo

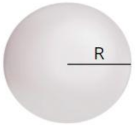
4. ठोस गोला (Solid Sphere):-

गोला एक त्रिविमीय ठोस आकृति होती है. जब किसी वृताकार परत को उसके व्यास के परितः 360° तक घुमाये तो गोला बनता है.

मानाकि एक ठोस गोला है जिसकी त्रिज्या एवं व्यास R व D है.

गोले का क्षेत्रफल व आयतन (Area and Volume of Sphere) :-

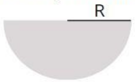
गोला (Sphere)



गोले का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल = $4\pi R^2$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi R^3$

अर्द्ध गोलाकार (Semi solid sphere)



अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल = $2\pi R^2$

अर्द्धगोले का सम्पूर्ण क्षेत्रफल = $3\pi R^2$

अर्द्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi R^3$

Career Khojo